

(數理)資優生的學習地圖

新北市文山國中教務主任

新北市文山國中資優教師

新北市科學教育支持團隊

臺東、連江、金門特教輔導團

蕭偉智

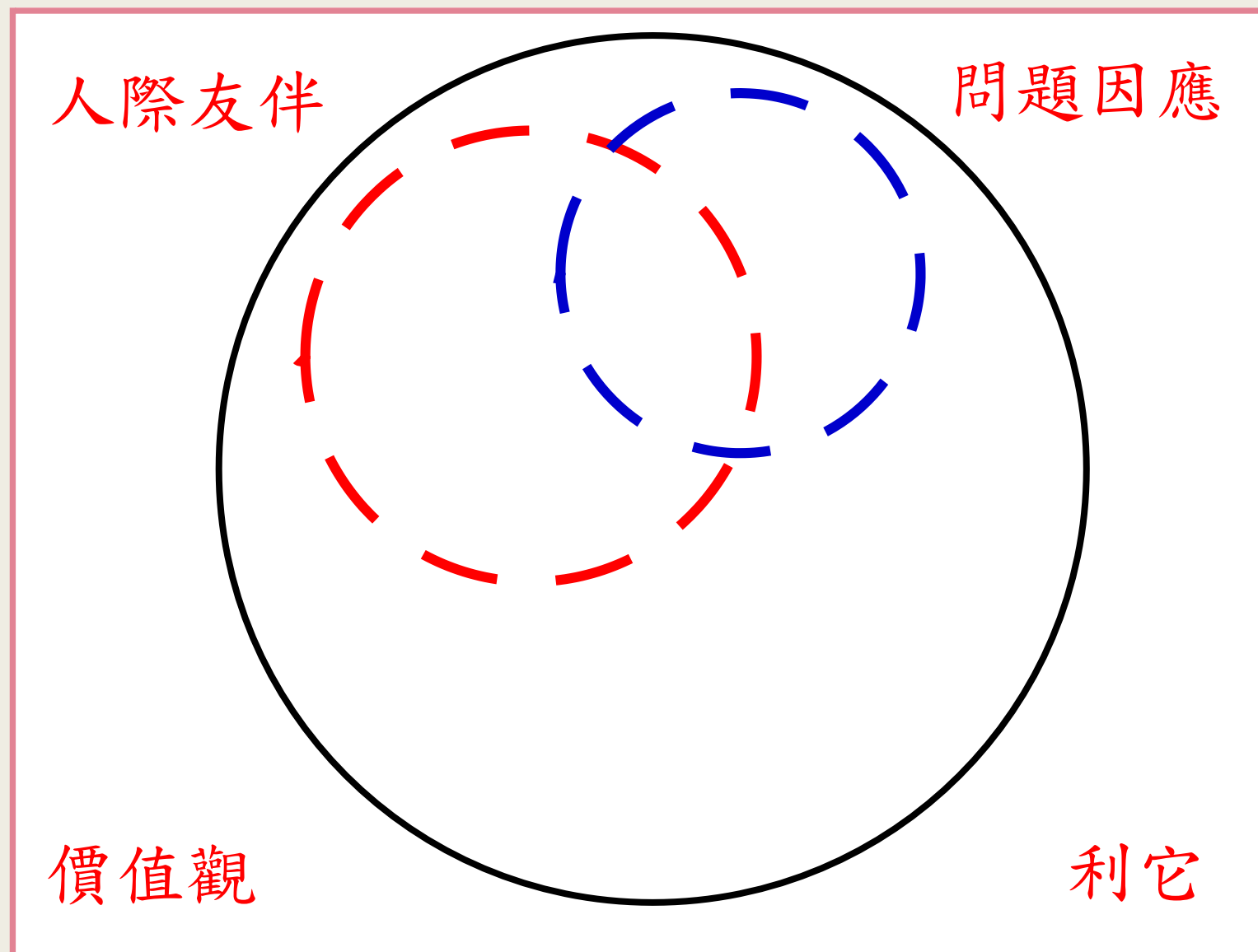
toome123020@hotmail.com

先談談資優

學業成就

智力

學術
性向

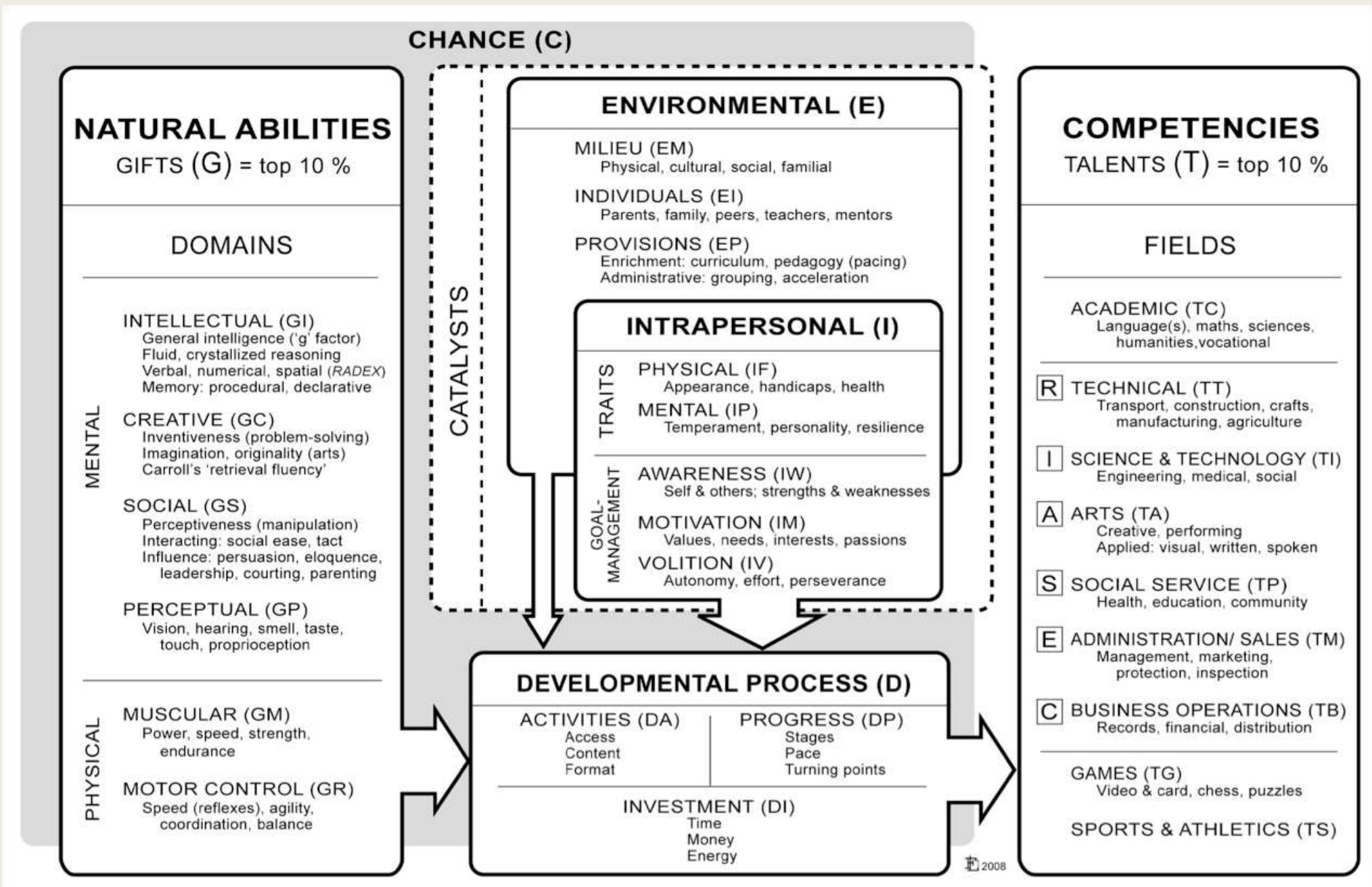


先談談資優

- 資優生_____功課好
- 功課好_____資優生
- 資優是_____的
- 補習的人_____資優生
- 資優是一種不正常

資優生的六種類型

- 成功型 高成就、聽話乖巧、積極認真
- 挑戰型 富創造力、幽默感、好勝
- 潛伏型 害怕承認自己是資優生
- 中輟型 孤僻、自我批判、對學校課程沒興趣
- 雙重標記型 缺乏社交技能、成績表現平平
- 自主學習者 獨立性強、有目標與創造力、願意冒險



Gagné(2008): Differentiated Model of Giftedness and Talent, DMGT 2.0

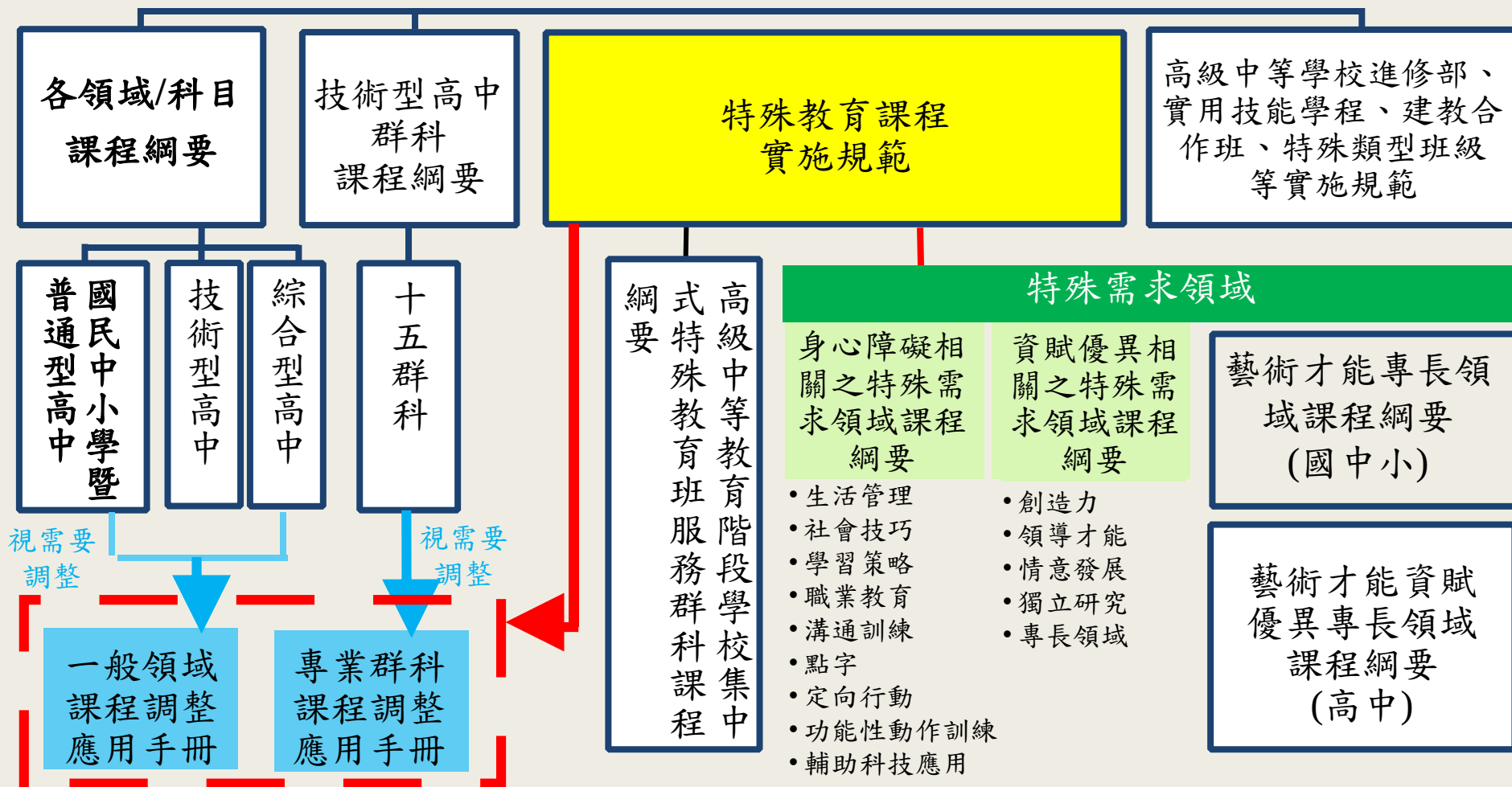
國中課程，加上了資優……

- 調整學習內容：重組、加深、加廣、濃縮、加速、跨領域/科目統整教學。
- 調整學習歷程：高層次思考、開放式問題、發現式學習、弱結構的情境、推理的證據、選擇的自由、團體式的互動。
- 調整學習環境：物理、心理、社區。
- 調整學習評量：多元、自我評鑑。

那麼加上身障特質呢？

- 簡化、減量、分解、替代、結構化……

十二年國民基本教育課程綱要總綱



實施規範的重要內涵

IEP/IGP與課程規劃

學習內容

學習歷程

學習環境

學習評量

- ◆ 針對安置在不同教育情境中的身心障礙、資賦優異及身心障礙資賦優異學生須經**IEP或IGP**決議是否需彈性增減各領域/科目之節數/學分數配置比例與學習內容，並經專業評估後，外加其所需之特殊需求領域課程，再由學校特殊教育推行委員會同意後執行
- ◆ 學習內容調整時得採下列一種或多種方式進行

各領域/科目的**學習重點**(含**學習表現**與**學習內容**)

學習功能優異

加
深

加
廣

濃
縮

學習功能缺損

簡
化

減
量

分
解

替
代

重
整

IGP/IEP

實施規範的重要內涵

IEP/IGP與課程規劃

學習內容	學習歷程	學習環境	學習評量
------	------	------	------

- ◆ 依資賦優異學生個別需要，善用各種學習策略，並適度提供各種線索及提示；採多元教學方法並配合不同的策略及活動進行教學
- ◆ 學習歷程調整時得採下列一種或多種方式進行

Teaching

教學方法

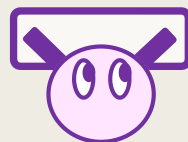
如區分性教學
（個別化教學）、
多元感官、合作
學習、實作體驗、
專題探究、服務
學習等



Teaching

教學策略/活動

如講述、發問、多媒體
應用、操作、實驗等



Learning

高層次思考活動

如主題探討、專題研究或創作，批判思考、創造思考、問題解決等

實施規範的重要內涵

IEP/IGP與課程規劃

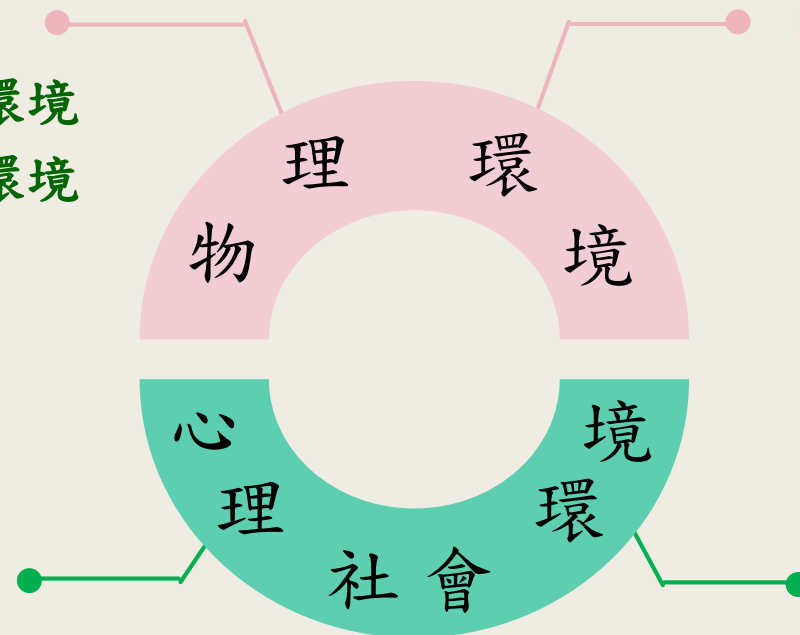
學習內容	學習歷程	學習環境	學習評量
------	------	------	------

身心障礙類

- 通用設計的校園環境
- 合理調整的學習環境

身心障礙類

- 志工、教助員及特教生助理員等人力協助
- 校內外資源提供行政支援與自然支持



資賦優異類

- 挑戰性、豐富探索、討論及創作的環境
- 學習角、學習中心或個別學習桌
- 校外環境參觀、實察或訪談

資賦優異類

- 尊重、互動、接納與支持
- 激發學習動機
- 增進潛能展現

實施規範的重要內涵

IEP/IGP與課程規劃

學習內容

學習歷程

學習環境

學習評量

01

依IEP/IGP實施多元評量 了解其學習歷程與成效 設計課程&改進教學

起點行為評估、形成性評量、總結性評量

02

身心障礙學生

- 評量調整或服務
 - A. 評量時間調整 B. 評量環境調整
 - C. 評量方式調整 D. 其他評量調整
- 評量的內容或通過標準需依特推會所議決之 IEP 執行
 - 內容難易度、題型、題數增刪等
 - 依試題與考生之適配性調整計分比重

資賦優異學生

- 提高目標層次或引導自我設定目標或自我評鑑為評量依據
- 以多元智能的觀點，提供符合其學習風格與優勢智能的彈性措施



LESS IS

MORE

國中數理資優課程

專長領域課程

- 數學
- 生物、理化、地科
- 生活科技、資訊科技

特殊需求領域課程

- 獨立研究、情意發展
- 創造力、領導才能

其他

- 校內外營隊、活動
- 校內外競賽

國中自然課程中的學習表現

項目	子項		第 1 碼
科學認知	對應相關學習內容，區分記憶、了解、應用、分析、評鑑、創造六個層次。		
探究能力	思考智能 (t)	想像創造 (i)	ti
		推理論證 (r)	tr
		批判思辨 (c)	tc
		建立模型 (m)	tm
	問題解決 (p)	觀察與定題 (o)	po
		計劃與執行 (e)	pe
		分析與發現 (a)	pa
		討論與傳達 (c)	pc
科學的態度與本質	培養科學探究的興趣 (ai)		ai
	養成應用科學思考與探究的習慣 (ah)		ah
	認識科學本質 (an)		an

國中數學課程中的學習表現

- 認識、理解、熟練。
- 生活情境、具體情境。
- 解題：能應用數學概念與程序，解決日常、數學、其他領域的應用問題。
- 操作活動：操作活動泛指由操作中察覺、形成概念。
- 報讀：泛指資料的閱讀，包括能正確理解資料呈現方式（表格、統計圖），也能回答關於資料的直接問題與簡單延伸的問題。
- 學習內容有：數與量、空間與形狀、坐標幾何、代數、函數、資料與不確定性。

七年級

上冊

現行課程架構	108 新教材調整
第1章 整數的運算	1-1 負數與數線 → 強化1 N-7-5 數線 1-2 整數的加減 1-3 整數的乘除與四則運算 1-4 指數律 → 強化2 N-7-6 指數的意義 1-5 科學記號 → 強化3 N-7-7 指數律 → 強化3 N-7-8 科學記號
第2章 分數的運算	2-1 因數與倍數 2-2 最大公因數與最小公倍數 2-3 分數的加減 2-4 分數的乘除與四則運算
第3章 一元一次方程式	3-1 代數式的化簡 → 強化1 A-7-1 代數符號 3-2 一元一次方程式 3-3 應用問題

下冊

第1章 二元一次聯立方程式	1-1 二元一次方程式 1-2 解二元一次聯立方程式 1-3 應用問題
第2章 直角坐標與二元一次方程式的圖形	2-1 直角坐標平面 → 強化4 A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義 2-2 二元一次方程式的圖形
第3章 比與比例式	3-1 比例式 → 強化5 N-7-9 比與比例式 3-2 連比例 → 強化1 N-9-1 連比 3-3 正比與反比
第4章 線型函數及其圖形	4-1 認識函數 → 強化2 F-8-1 一次函數 4-2 線型函數的圖形 → 強化2 F-8-2 一次函數的圖形
第5章 一元一次不等式	5-1 認識一元一次不等式 5-2 解一元一次不等式 → 強化6 A-7-8 一元一次不等式的解與應用

七年級
新增

強化3 (幾何)
S-7-1 簡單圖形與幾何符號
S-7-3 垂直、S-7-4 線對稱的性質
S-7-5 線對稱的基本圖形
強化4 (統計)
D-7-1 統計圖表
D-7-2 統計數據
新增1 S-7-2 三視圖

八年級

上冊

現行課程架構	108 新教材調整
第1章 乘法公式與多項式	1-1 乘法公式 1-2 多項式與其加減運算 → 強化1 A-8-3 多項式的四則運算 1-3 多項式的乘除運算
第2章 平方根與平方定理	2-1 平方根與近似值 2-2 根式的運算 2-3 畢氏定理
第3章 因式分解	3-1 利用提公因式做因式分解 3-2 利用乘法公式做因式分解 → 強化2 A-8-4 因式分解 3-3 利用十字交乘法做因式分解 → 強化2 A-8-5 因式分解的方法
第4章 一元二次方程式	4-1 因式分解解一元二次方程式 4-2 配方法與公式解 → 強化1 A-8-7 一元二次方程式的解法與應用 4-3 應用問題

下冊

第1章 等差數列與等差級數	1-1 等差數列 → 強化3 N-8-4 等差數列 1-2 等差級數 → 強化4 N-8-5 等差級數求和 → 新增1 N-8-6 等比數列
第2章 幾何圖形與尺規作圖	2-1 生活中的平面圖形 → 強化1 S-7-1 簡單圖形與幾何符號 2-2 垂直、平分與線對稱圖形 → 強化2 S-9-5 圓弧長與扇形面積 2-3 尺規作圖 → 強化2 S-7-3 垂直 → 強化2 S-7-4 線對稱的性質 → 強化2 S-7-5 線對稱的基本圖形
第3章 三角形的基本性質	3-1 三角形的內角與外角 → 強化5 S-8-2 凸多邊形的內角和 3-2 三角形的全等性質 3-3 垂直平分線與角平分線的性質 3-4 三角形的邊角關係 → 強化3 S-9-4 相似直角三角形邊長比值的不變性
第4章 平行與四邊形	4-1 平行 4-2 平行四邊形 4-3 特殊四邊形的性質

八年級
新增

強化4 (函數)
F-8-1 一次函數
F-8-2 一次函數的圖形
強化5 (統計)
D-8-1 統計資料處理

九年級

上冊

現行課程架構	108 新教材調整
第1章 相似形	1-1 比例線段 1-2 縮放與相似 → 新增1 S-9-4 相似直角三角形邊長比值的不變性 1-3 相似三角形的應用
第2章 圓	2-1 點、直線、圓之間的位置 → 強化1 S-9-7 點、直線與圓的關係 2-2 圓心角、圓周角及弦切角 → 強化2 S-9-6 圓的幾何性質
第3章 幾何與證明	3-1 證明與推理 3-2 外心、內心與重心 → 刪除1 多邊形的內、外心

下冊

第1章 二次函數	1-1 二次函數的圖形 1-2 二次函數的最大值、最小值 → 強化1 「二次函數的配方法」及「二次函數的應用問題」 1-3 應用問題
第2章 生活中的立體圖形	2-1 空間中的垂直與形體 → 強化1 S-9-12 空間中的線與平面
第3章 統計與機率	3-1 資料整理與統計圖表 → 強化2 D-7-1 統計圖表 3-2 資料的分析 → 強化2 D-8-1 統計資料處理 3-3 機率 → 強化3 D-7-2 統計數據 → 刪除2 百分位數

九年級
新增

強化4 N-9-1 連比 **強化5** S-9-5 圓弧長與扇形面積



2 上、學習大道

91

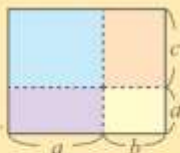


乘法公式

1

分配律

a, b, c, d 為任意數時，
 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$



2

乘法公式

1. 和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. 差的平方公式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. 平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



2

運算規則

1. 加減：
將同類項合併計算（係數相加減）。
2. 乘法：
(1) 單項式乘以單項式時，是將係數與文字符號分開相乘，然後把係數寫在文字符號前面。
(2) 多項式乘以多項式，可利用分配律的規則來計算。
3. 除法：
(1) 除法要做到餘式的次數比除式的次數小或餘式為 0，才算完成。
(2) 在直式運算中，若遇到缺項，該項係數要補 0。
(3) 被除式 = 商式 $\times$ 除式 + 餘式。
(4) 當餘式為 0 時，稱除式可以整除被除式，此時商式也可以整除被除式。



1

項與係數

在 x 的多項式 $ax^2 + bx + c$ 中，
二次項是 ax^2 ，係數為 a ；
一次項是 bx ，係數為 b ；常數項是 c 。

次數

在一個多項式中，係數不為 0 且次數最高的項稱為最高次項，而最高次項的次數稱為此多項式的次數。

同類項

文字符號及次數均相同的項稱為同類項。

多項式

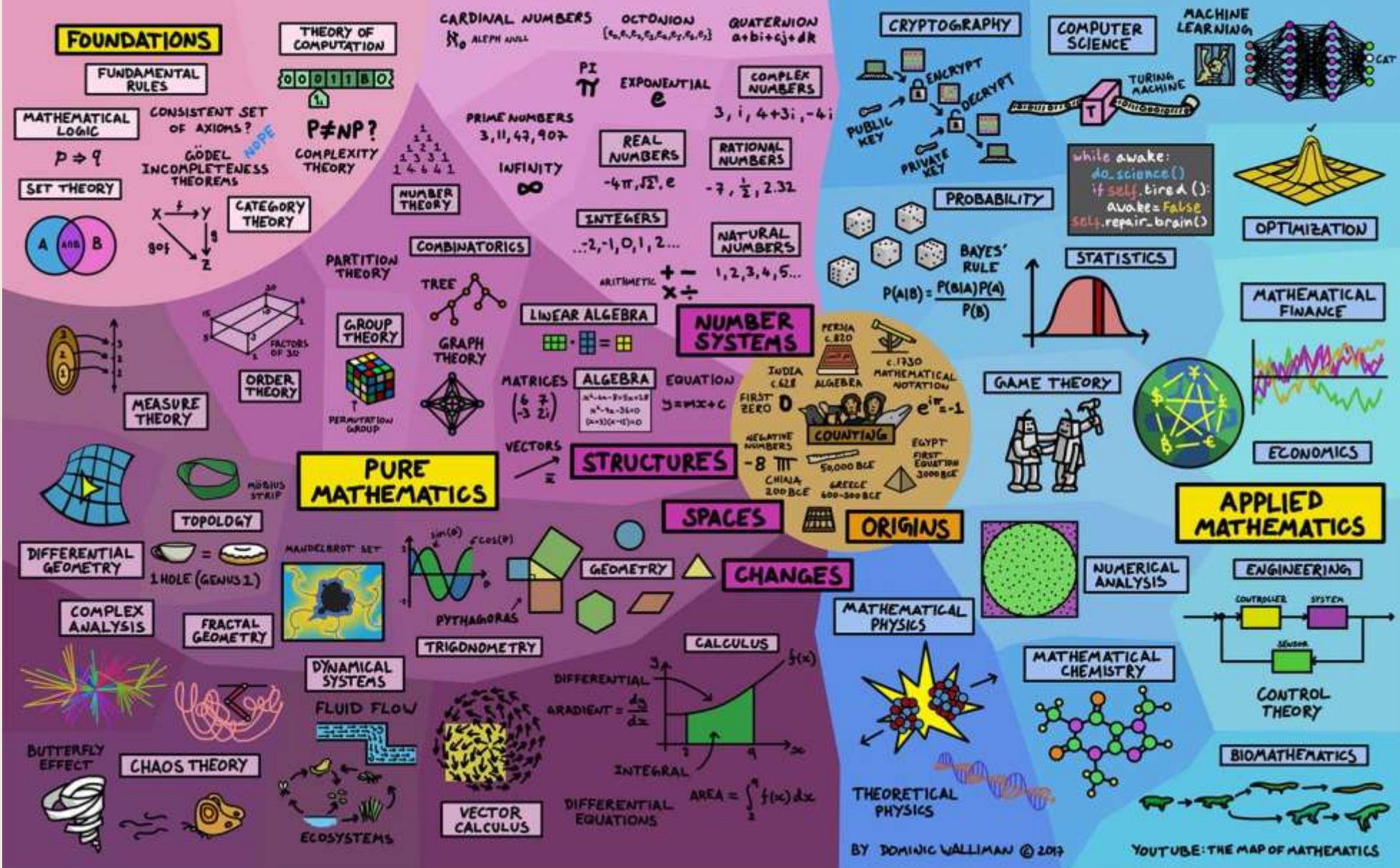
由數和文字符號 x 進行加法和乘法運算所構成的式子，稱為 x 的多項式。

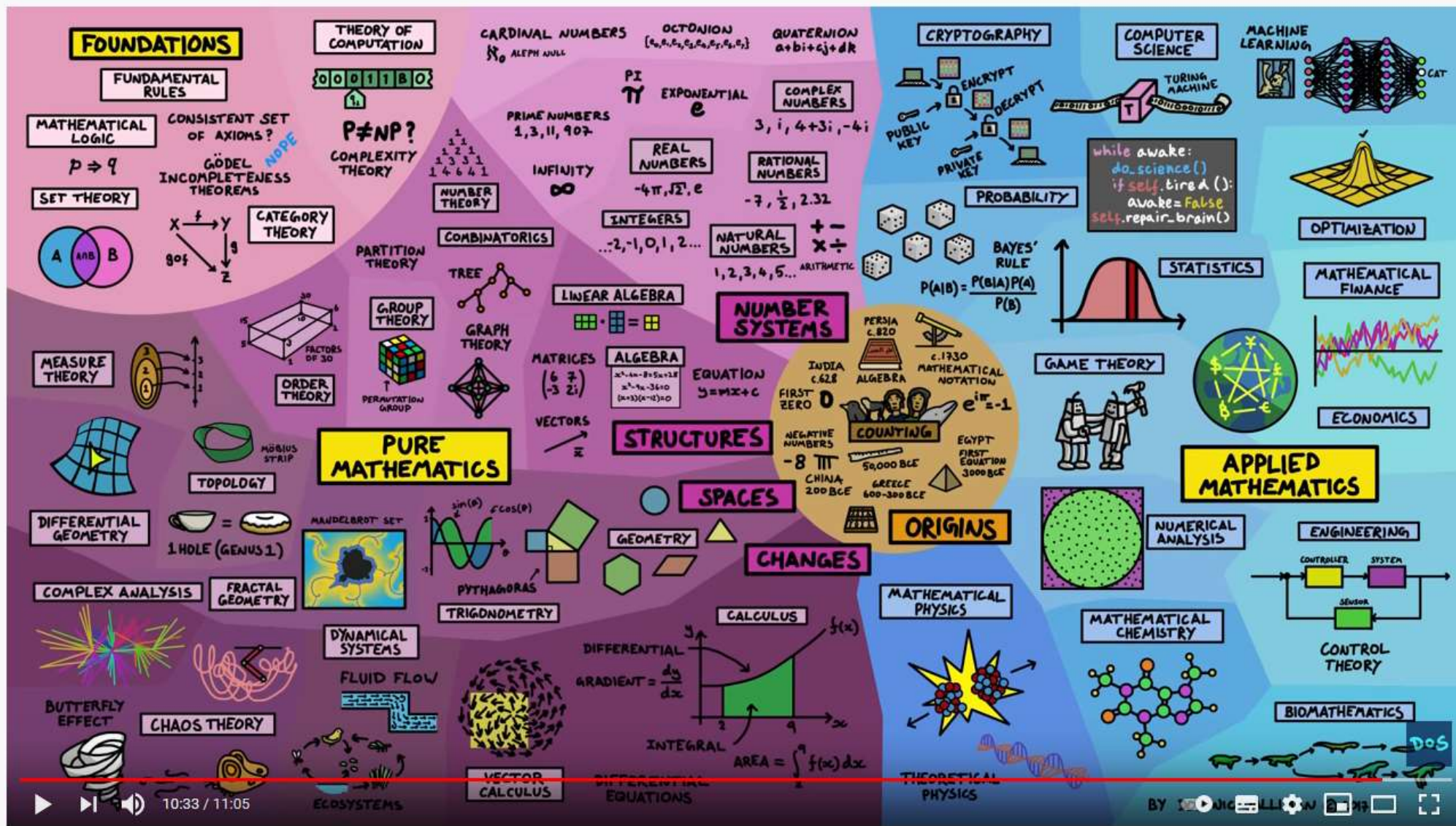


普教課網
加入資優

加深
加廣
濃縮
加速

THE MAP OF MATHEMATICS

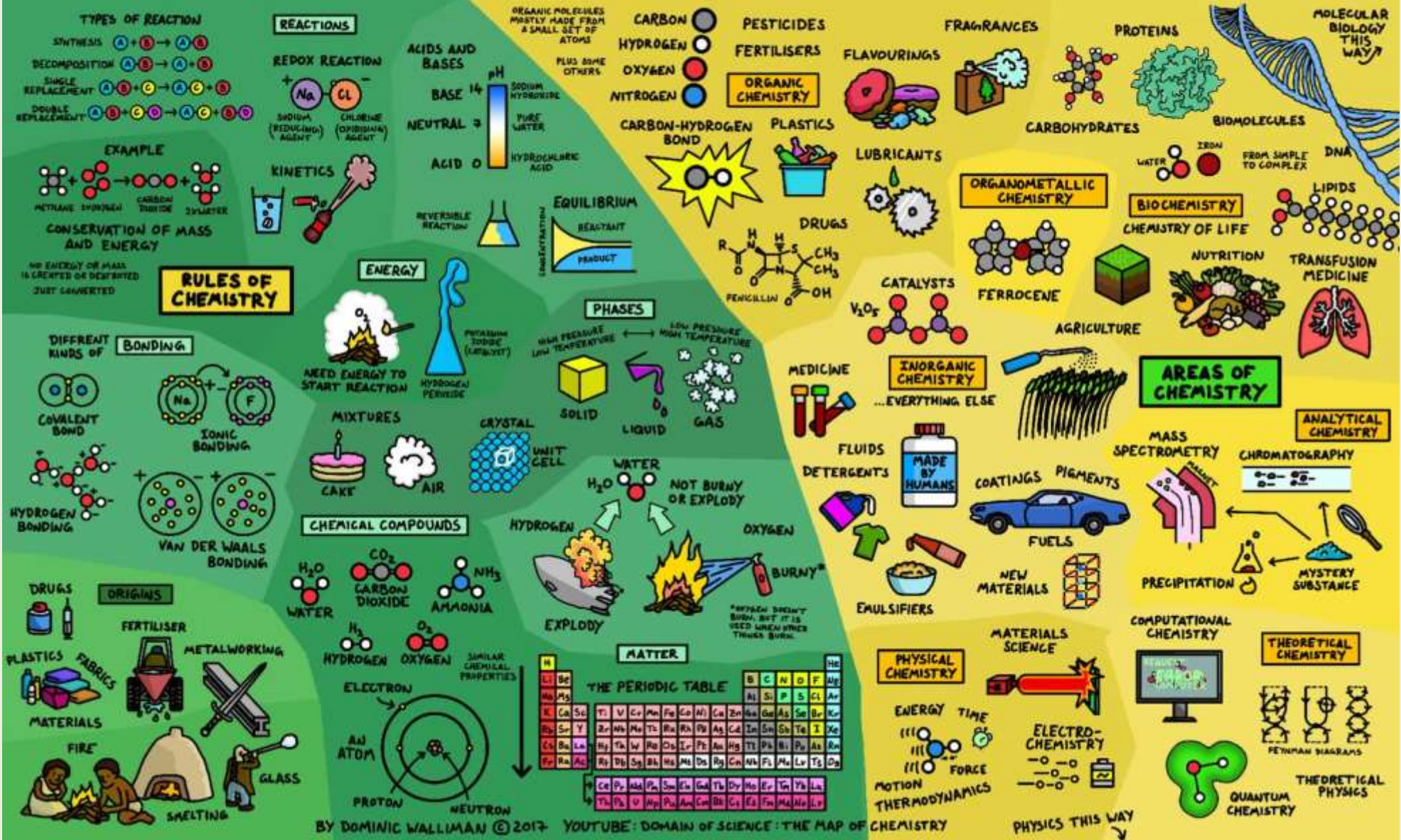




數學的版圖

觀看次數：7,239,290次 · 2017年2月1日

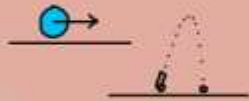
THE MAP OF CHEMISTRY



CLASSICAL PHYSICS



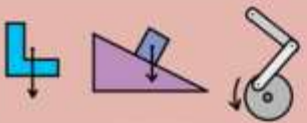
LAWS OF MOTION



CALCULUS



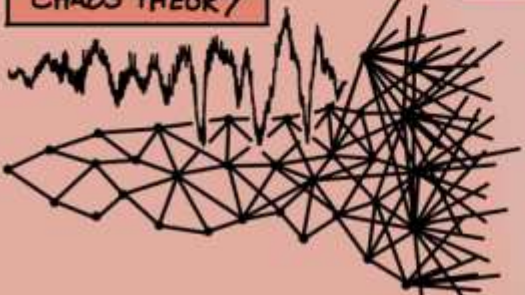
CLASSICAL MECHANICS



FLUID MECHANICS



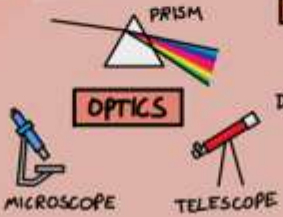
CHAOS THEORY



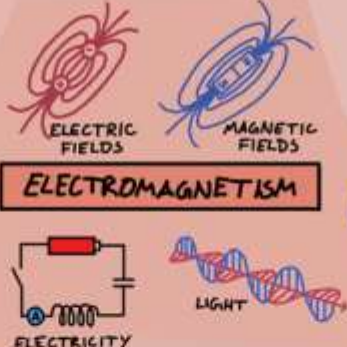
LAW OF UNIVERSAL GRAVITATION



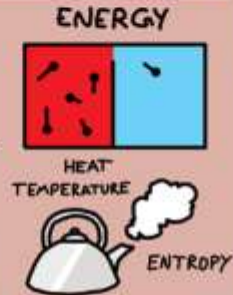
OPTICS



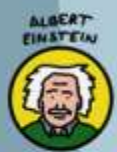
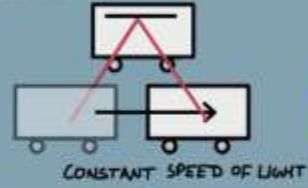
ELECTROMAGNETISM



THERMODYNAMICS



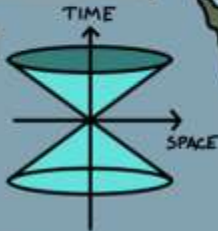
RELATIVITY



GENERAL THEORY OF RELATIVITY

SPECIAL THEORY OF RELATIVITY

$$E=mc^2$$



SPACETIME

COSMOLOGY

ASTROPHYSICS

REFLECTION
REFRACTION
DIFFRACTION

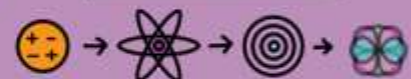
WAVES



QUANTUM FIELD THEORY



ATOMIC THEORY



CONDENSED MATTER PHYSICS

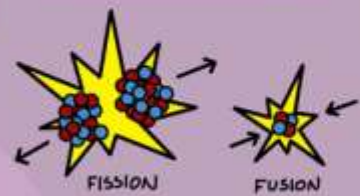


QUANTUM INFORMATION

COMPUTERS

LASERS

NUCLEAR PHYSICS



QUANTUM PHYSICS

[YOUTUBE.COM/USER/DOMINICWALLIMAN](https://www.youtube.com/user/DominicWalliman) @DOMINICWALLIMAN

PHILOSOPHY

PHILOSOPHY OF SCIENCE

FREE WILL

HOW COME?

NATURE OF REALITY

JUST...WHY?

THE CHASM OF IGNORANCE

QUANTUM GRAVITY



DARK ENERGY



DARK MATTER



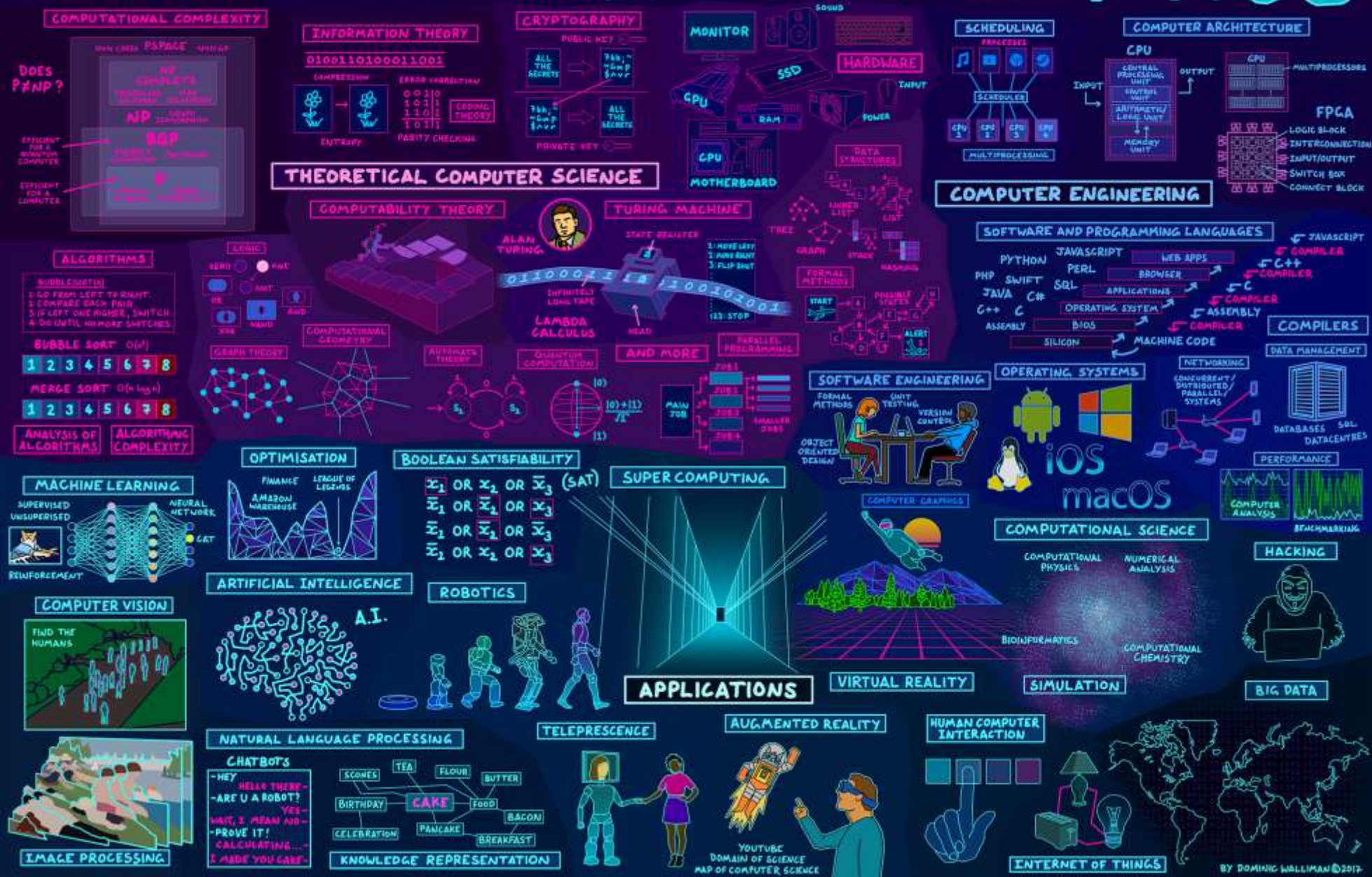
AND MANY MORE...

PARTICLE PHYSICS

MAP of BIOLOGY

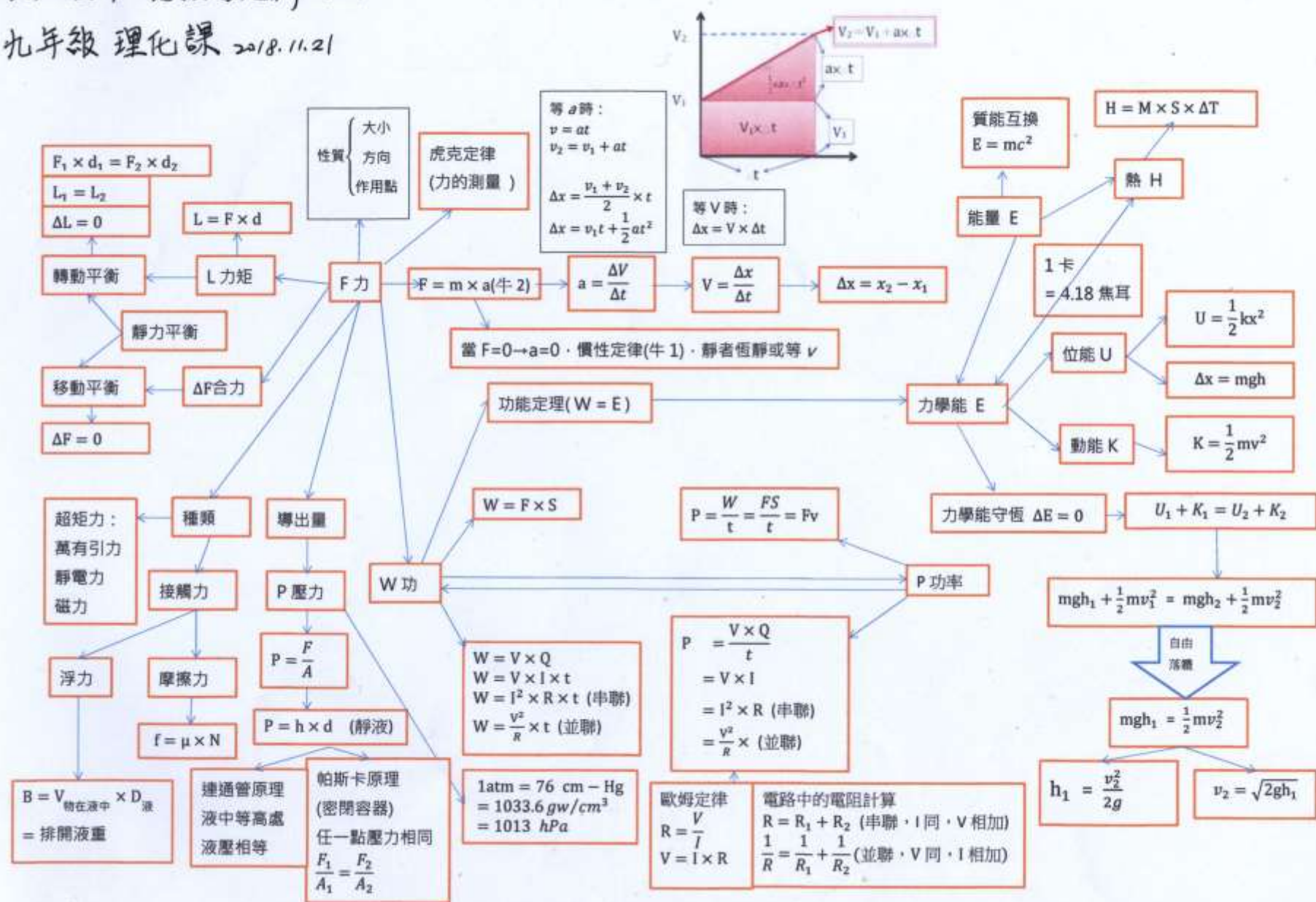


MAP OF COMPUTER SCIENCE



淡水國中 覺振昌老師教學

九年級 理化課 2018.11.21



數學與自然的整合

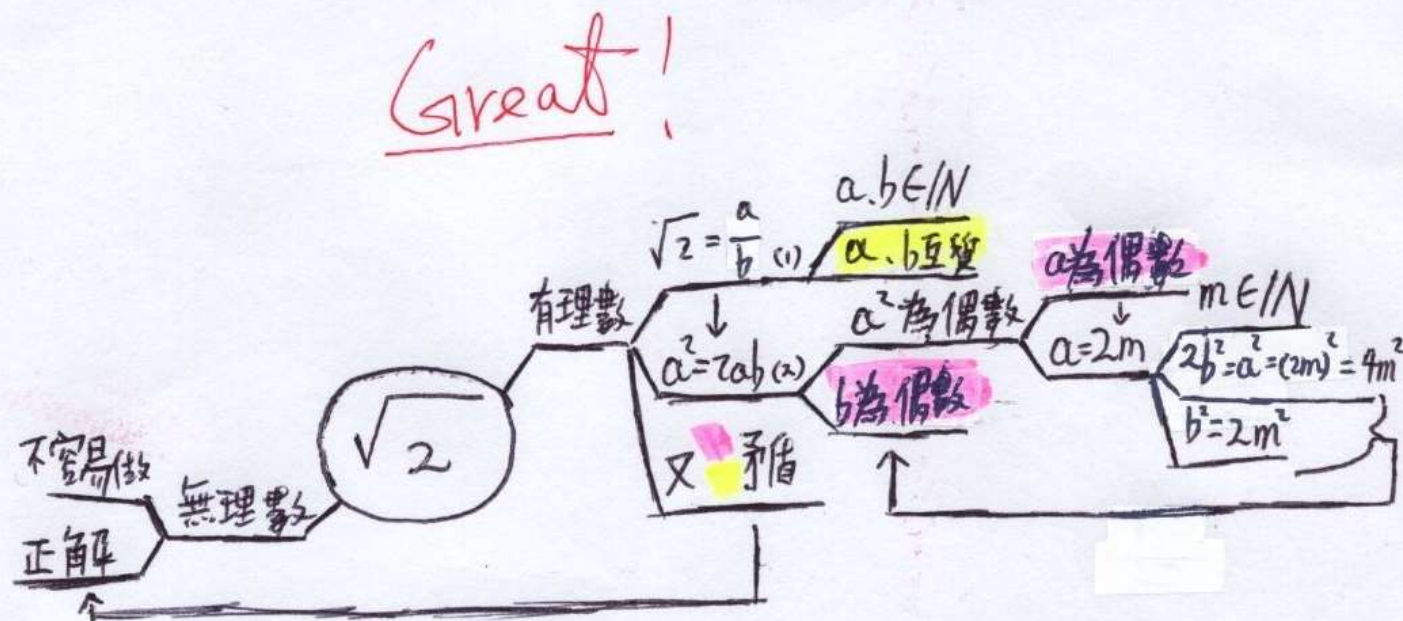
八上(自然3理化科)		對應數學科內容
1 基本測量 與科學概念	1-1實驗與測量	平均數
	1-2長度與體積的測量	科學記號 體積(柱體、錐體、球體) 一元一次方程式
	1-3質量的測量	一元一次方程式
	1-4密度與科學概念	比例、正反比、MV圖
	實驗1-1質量、體積與密度的關係	比例、正反比、MV圖
	實驗1-2水的密度測量	比例、正反比、MV圖

單一概念的地圖

朕知道了

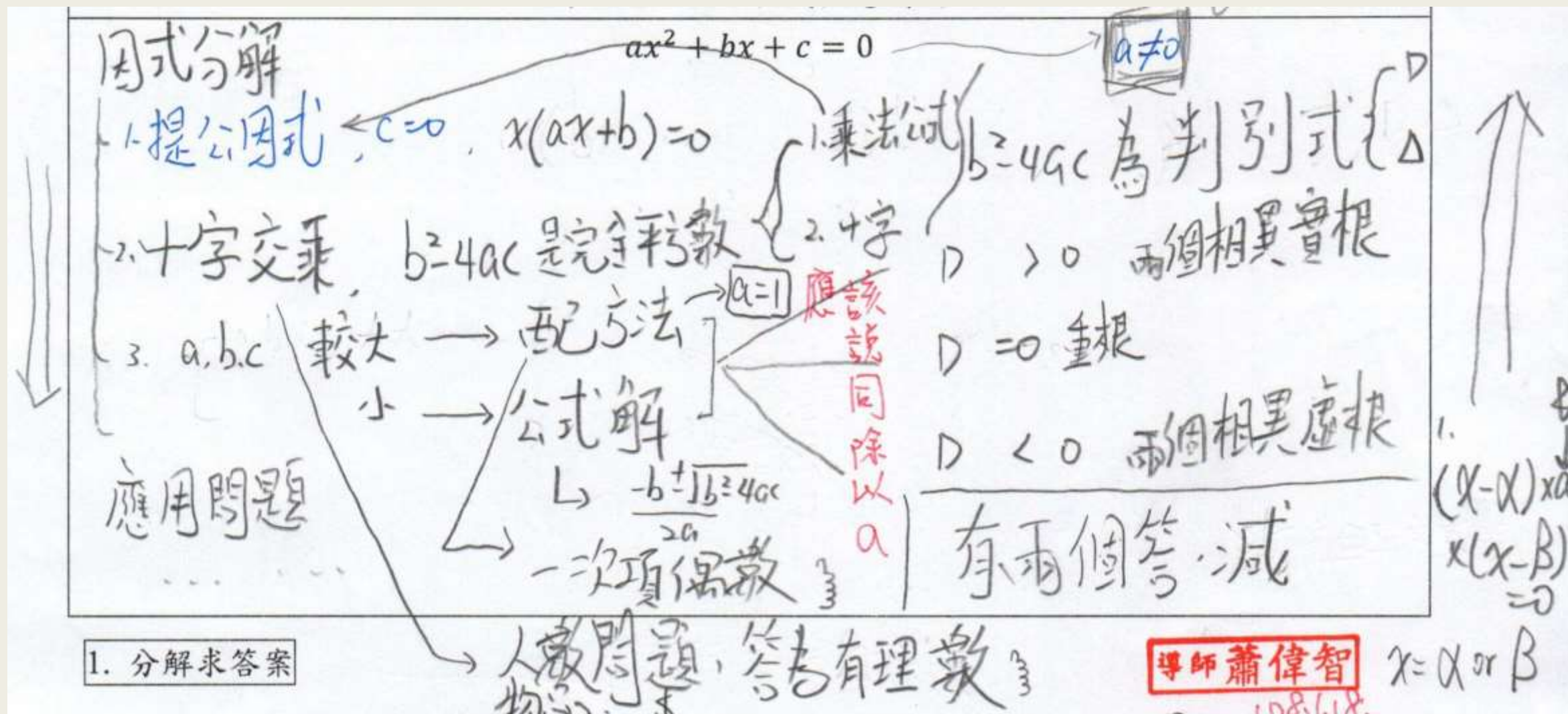
10/7, 10/5

wei-chih



很特殊的整理方式，
流程圖的模式有助於理解架構！

單一單元的地圖



數學思維地圖

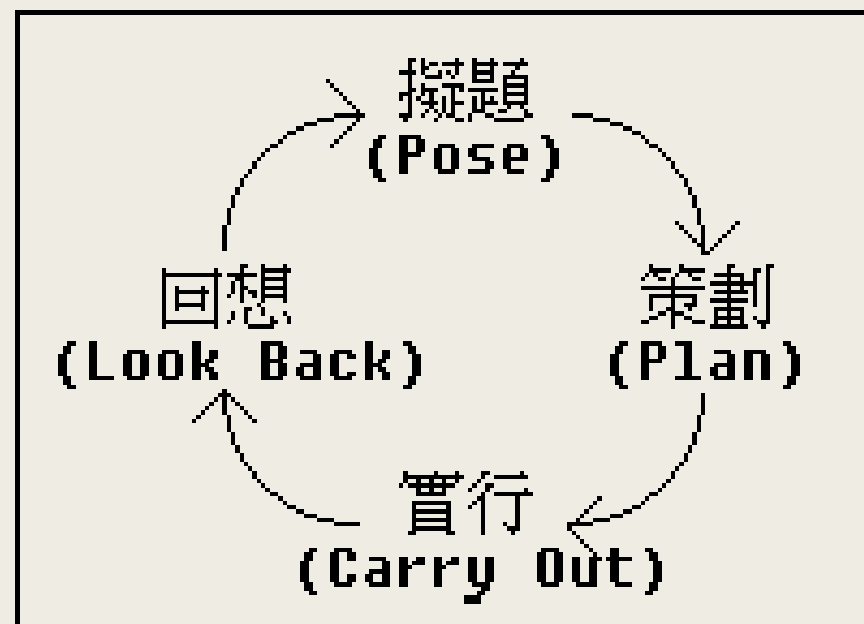
解別人擬的題目

1. 理解
(Understand)
2. 策劃
(Plan)
3. 實行
(Carry Out)
4. 回想
(Look Back)

一般學生

資優學生

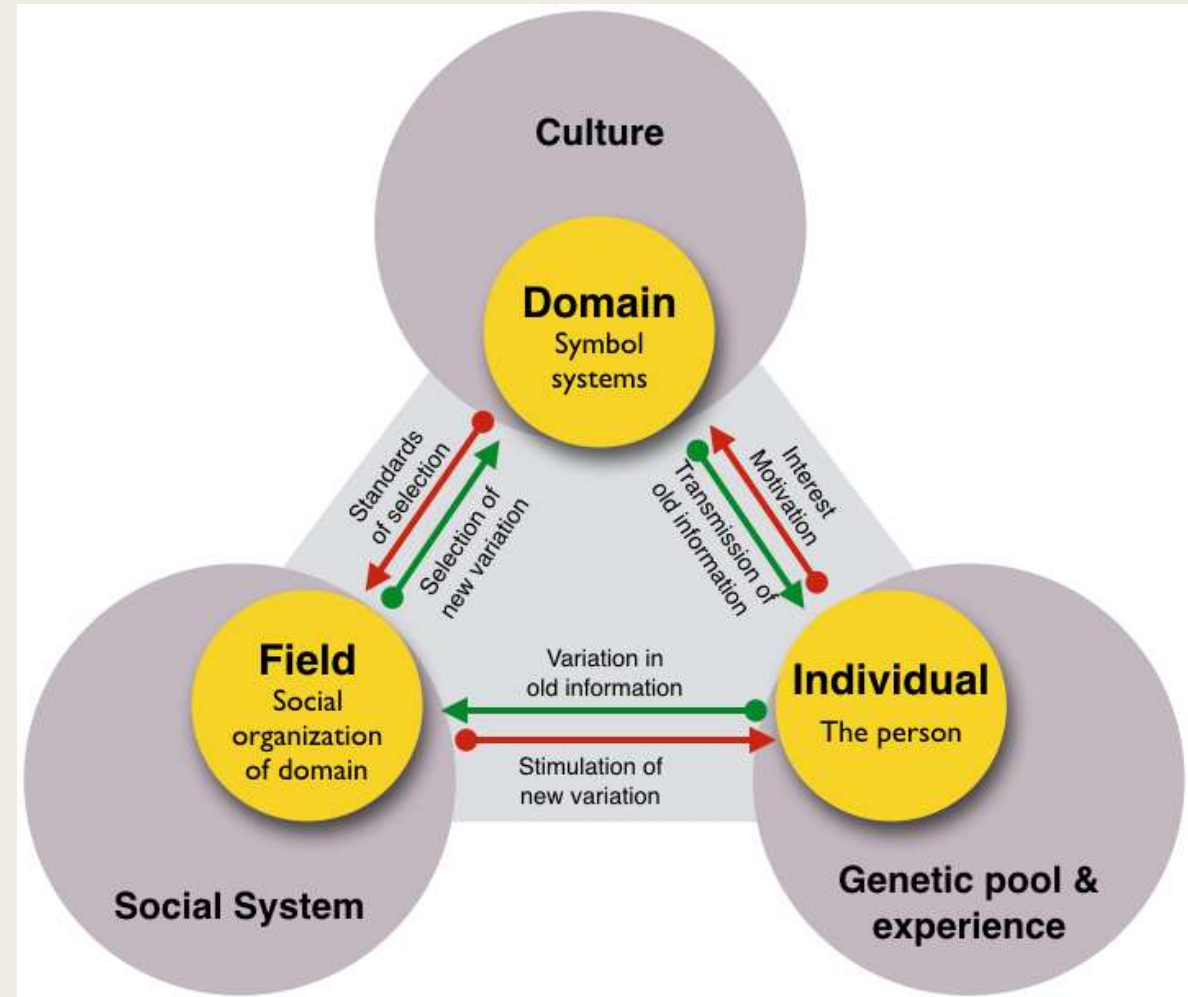
解自己擬的題目



資優學生

Csikszentmihalyi 創造力

「守門人」
評鑑個人所傳遞經由領域
既有知識所產生「變異」
的創造性產品是否值得被
「選擇」及保存



國中資優數學課程實例



國中資優數學課程實例

2019年6月，科學研習月刊，森棚教官的數學題
給定兩個三角形

- (1)有兩組對應邊等長，並且有一條高相等，是否全等？
- (2)有一組對應邊等長，而有兩條高相等，是否全等？

2019年9月，數學傳播，從一個三角形全等定理引申出的定理
給定兩個三角形

有一邊及其對角對應相等，且該邊上的高、或中線、或其對角的角平分線分別對應相等，是否全等？

國中數理相關資源

線上資源 3Blue1Brown、numberphile

紙本讀物 九章、天下、三民出版

月份	名稱	主辦單位	備註
不限	各高中或大學營隊	各高中	國中生
不限	北分署創客基地(五股)	勞動部	線上報名
不限	Fablab Taipei 台北自造實驗室	台北市	線上報名
1月	青少年跨域整合人才	科教館	書面與面試
3月~11月	臺大科學教育中心探索講座	臺灣大學	高中生、國中生或民眾
5月	台北科學日	臺北市	科普活動、講座
8月	PTW全國自走車大賽	教育部	龍華科大與台東均一承辦
10月	中研院 Open House	中研院	開放所有民眾
每月	科學研習月刊數學專欄	科教館	游森棚教授主筆
每週	中學生報科學版／語文版	國語日報	
每月	建中數學通訊解題	建中數學科	每次五題

國中數理相關資源

即使取名奧林匹亞、奧林匹克
國中數學競賽都是民間單位辦理

月份	名稱	主辦單位	備註
2月	美國AMC10數學競賽	九九文教	高一(含)以下學生
3月	青少年數學國際城市邀請賽	九章數學	國小、國中學生
4月	科學人才培育計畫(研究)	科教館	國二到高三學生
4月	各縣市科學展覽會(研究)	縣市政府	學校推薦報名
4月	丘成桐數學獎(研究)	臺大數學系	高中(含)以下學生
6月	國際國中科學奧林匹亞競賽選拔	師大科教中心	學校推薦報名
8月	澳洲AMC數學競賽	九章數學	國小至高中組
8~10月	新北市科普閱讀創作比賽	新北市	國小至國中組
9月	Google Science Fair(研究)	Google	全球 13 到 18 歲
11月	美國AMC8數學競賽	九九文教	國二(含)以下學生
11月	卓越杯數學競賽	康軒	國二(含)以下學生
11月	IMC國際數學	IMC聯盟	國小至高中組

競賽 研究



從數學競賽到數學研究

—從 2002-C6 說起

游森棚

此文為筆者於 2018 年寒假對新加坡萊佛士書院與建國中學科學班與資優班的同學預定演講內容的前半。兩國的優秀同學互相訪問行之有年,志在即將到來的亞太數學競賽 (APMO) 與國際數學競賽 (IMO)。這些同學互相激勵,非常值得鼓勵。本文以一個數學競賽的題目為引子,希望能引領這些優秀的同學一窺更深刻,也更令人興奮的數學研究天地。

1. 尋找排列

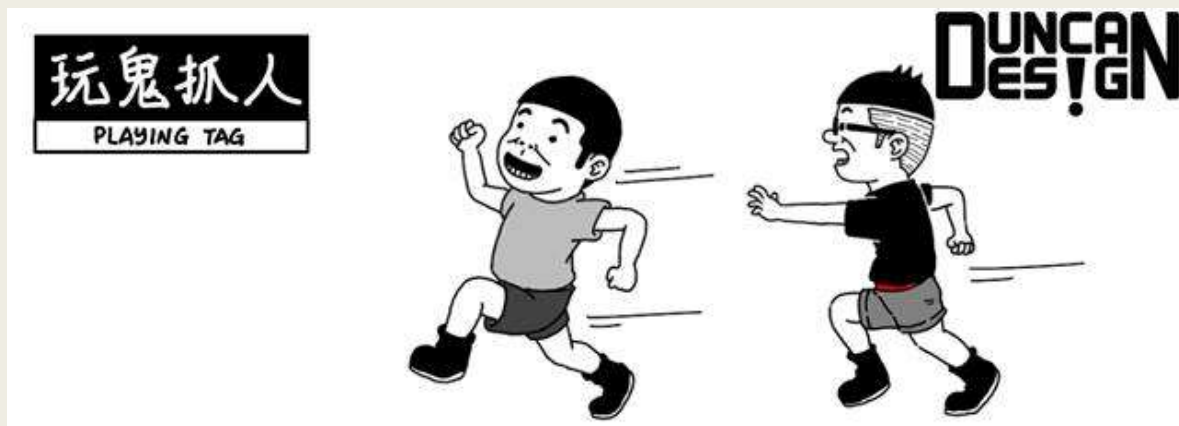
我們從一個問題開始。2002 年 IMO 的一題組合預選題是這樣的。

問題 1: 設 n 是正偶數,證明存在一個 $1, 2, \dots, n$ 的排列 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 使得對於任何 $1 \leq i \leq n$, 都有 x_{i+1} 是

$$2x_i, 2x_i - 1, 2x_i - n, \text{ 或 } 2x_i - n - 1$$

四者之一。其中 $x_{n+1} = x_n$ 。

回頭談談情意發展



12歲的生理年齡 10歲的行為能力 14歲的數理能力

過度激動特質 OverExcitabilities

- **心理動作**：說話快、動作快、冒險性強，但精力旺盛而有強迫性多話的傾向或神經質的表現。
- **感官**：對聽覺、視覺、嗅覺、味覺等敏銳，但為紓解內在的緊張而尋求感官的滿足或縱慾、不能忍受噪音、不美好的事物。
- **智能**：渴望知識、好問、追求真理、思考獨特，但不滿現實與權威，批判或反抗性強烈。
- **想像**：想像力豐富，善用視覺表徵，但喜歡幻想、作白日夢、注意力不集中。
- **情緒**：人際敏感，關心他人及社會，但常有強烈而複雜的感受，因此對感情的記憶深刻鮮明，關切死亡問題、憂慮社會，可能產生心身性反應，如胃痛、焦慮、抑鬱等。

來自資優生的建議

不要限制

—

數理資優生的天賦不見得是數理

來自資優生的建議

適度引導

—

學業對我們來說很簡單，所以找到自己很困難

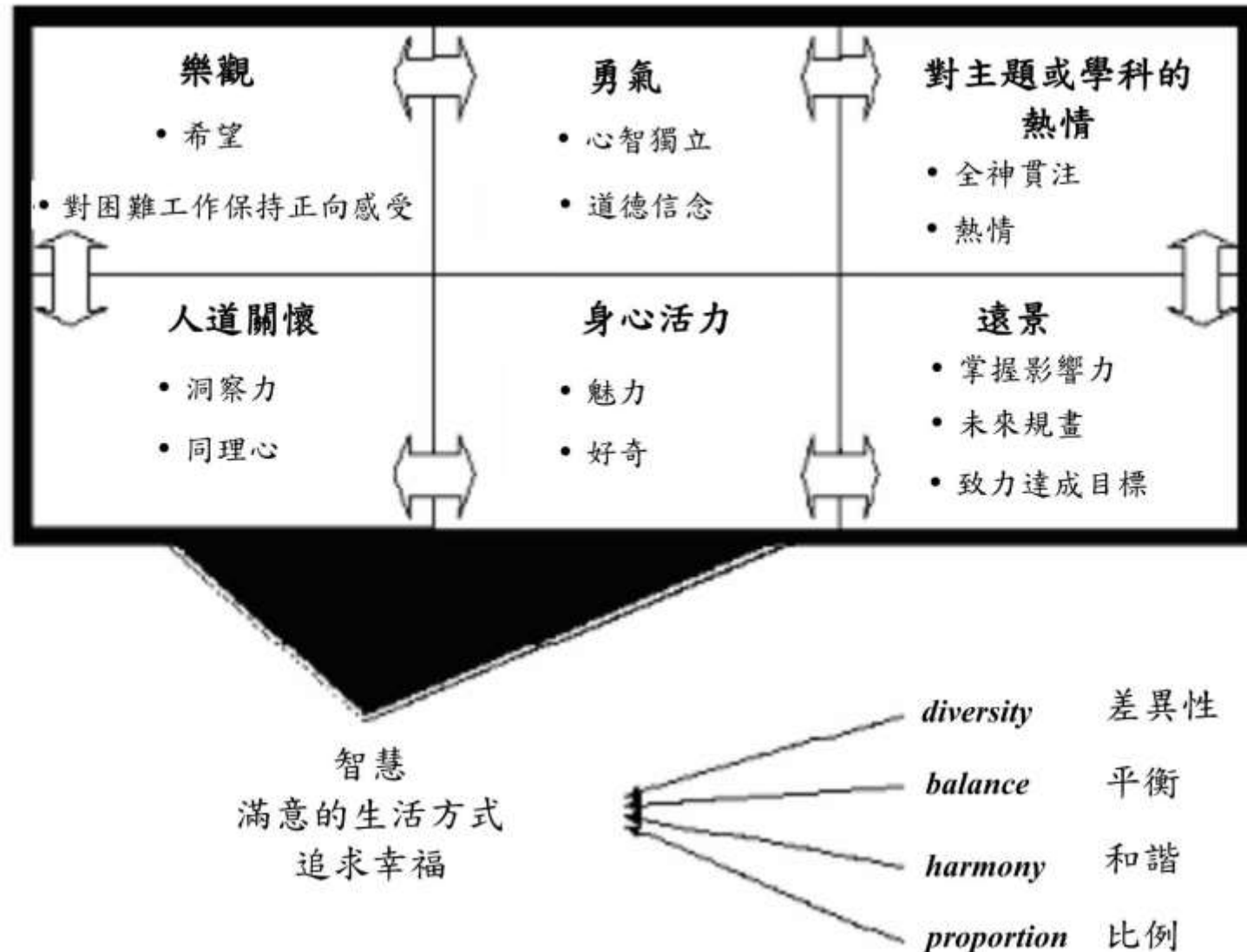
來自資優生的建議

給予信心

—

我們不了解如何欣賞或是肯定自己

Renzulli 千鳥格互動論 (Operation Houndstooth Theory)

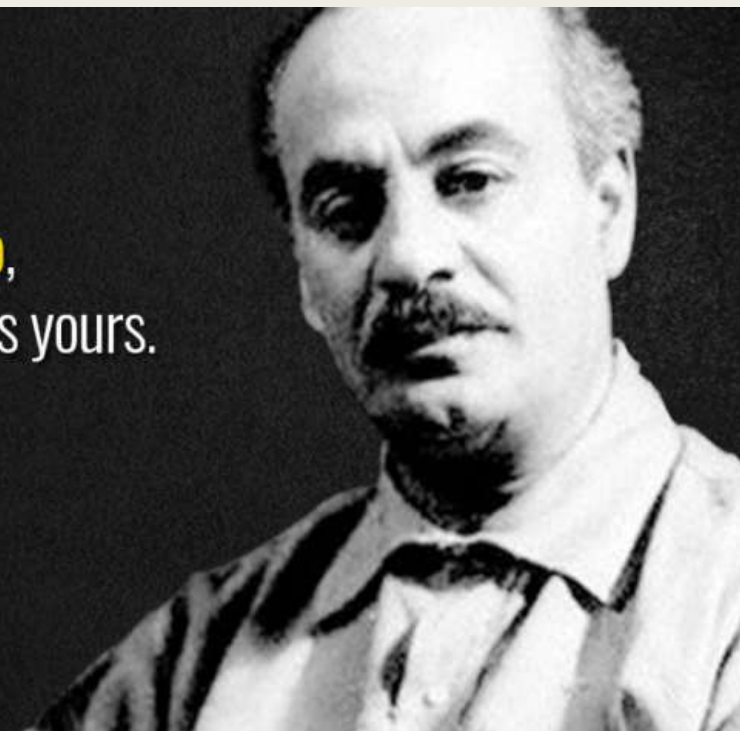


家長可能的盲點

- 拼命追求跳級或加速學習
- 炒短線、用特權走後門
- 干擾資優教育專業
- 灌輸單一價值
- 製造單一人生道路
- 有條件的愛
- 無法達到期望

“If you love somebody, **let them go**,
for if they **return**, they were always yours.
If they don't, they **never were**.”

Khalil Gibran



給師長的建議

- 成為人格的典範（重要他人）。
- 家長組成小組，互相成長。
- 和老師／家長合作。
- 討論一個合理的成績範圍，而不是絕對的點。
- 一起面臨挫敗，找出問題，擬訂解決方案。
- 少點批判，引導孩子把情緒說出口或寫下來。
- 引導孩子接受不完美的自己。
- 勿用新聞或鄰居個案來評價所有資優群體。

最痛心的話

你這樣，怎麼會是資優生？

接受他們的特質、引導他們的優勢
處理他們的弱勢、等待他們的改變

